



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ГЛУБИНЫ ЗАКЛАДКИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА ТЕПЛОВОГО НАСОСА

П.В. Шамигулов, Е.В. Дорошенко

Филиал НИУ «МЭИ» в г. Волжском
404110 г. Волжский, Волгоградская обл., пр. Ленина, д. 69
Тел.: (8443) 210160, факс: (8443) 21-01-66, e-mail: vfmei@vfmei.ru, sheka90@mail.ru

Заключение совета рецензентов: 19.04.15 Заключение совета экспертов: 23.04.15 Принято к публикации: 27.04.15

Статья относится к области нетрадиционных и возобновляемых источников энергии. Рассматривается задача повышения эффективности грунтового теплового насоса, снабженного горизонтальным теплообменником. Решение задачи осуществляется в рамках математической модели грунта как полубесконечного тела с равномерными теплофизическими свойствами. На основании дифференциального уравнения теплопроводности определены временные и частотные характеристики грунта как динамического объекта. Проведен анализ изменения температуры по глубине грунта вследствие годового цикла среднесуточной температуры окружающего воздуха. На основании этого анализа сделан вывод о наличии зоны, при расположении в которой теплообменник будет функционировать в условиях максимальной разности температуры грунта на глубине закладки и температуры воздуха. Определены математические соотношения, позволяющие определить оптимальную глубину закладки теплообменника в зависимости от коэффициента температуропроводности грунта. Результаты работы могут быть использованы при проектировании теплообменных контуров грунтовых тепловых насосов с горизонтальным расположением теплообменников.

Ключевые слова: тепловой насос, грунтовой тепловой насос, горизонтальный грунтовой теплообменник, температура грунта, температуропроводность грунта, температура грунта.

DETERMINING OF THE OPTIMAL PLACEMENT DEPTH FOR A HORIZONTAL HEAT EXCHANGER OF A HEAT PUMP

P.V. Shamigulov, E.V. Doroshenko

Volzhsky Branch of the National Research University «Moscow Power Engineering Institute»
69 Lenin str., Volzhsky, Volgograd reg., 404110, Russia
Tel.: (8443) 210160, fax: (8443) 21-01-66, e-mail: vfmei@vfmei.ru, sheka90@mail.ru

Referred: 19.04.15 Expertise: 23.04.15 Accepted: 27.04.15

The article relates to the field of alternative and renewable energy sources. The problem of increasing the efficiency of ground source heat pump equipped with a horizontal heat exchanger is considered. The problem is solved in the framework of the mathematical model of soil as a semi-infinite body with uniform thermal properties. Time and frequency characteristics of the soil as a dynamic object are defined by the heat differential equation. The analysis of the temperature change in the depth of soil due to the annual cycle average daily ambient temperature is considered. Based on this analysis, the conclusion of a zone existing where the heat exchanger will operate with a maximum temperature difference between the soil at the depth of laying and ambient temperature. The mathematical relations that allow to determine the optimum placement depth of the heat exchanger, depending on the thermal diffusivity of the soil, are obtained. The results can be used for the design of heat exchange circuit with soil source heat pumps with horizontal heat exchangers.

Keywords: heat pump, soil heat pump, horizontal soil heat exchanger, soil temperature, the thermal diffusivity of soil, soil temperature.



Петр Валерьевич
Шамигулов
Peter V. Shamigulov

Сведения об авторе: зав. кафедрой «Электроэнергетика и электротехника» филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском.

Образование: Волгоградский гос. технический университет (1996).

Область научных интересов: электротехника, электроника, автоматизация технологических процессов.

Публикации: более 20.

Information about the author: Volzhsky branch of National Research University «Moscow Power Engineering Institute», head of the chair “Power and Electrical Engineering”.

Education: Volgograd State Technical University (1996).

Research area: electrical engineering, electronics, automation of technological processes.

Publications: more then 20.



Евгения
Владимировна
Дорошенко
Evgenia V. Doroshenko

Сведения об авторе: инженер филиала НИУ «МЭИ» в г. Волжском.

Образование: НИУ «МЭИ» в г. Волжском (2014).

Область научных интересов: теплоэнергетика и электроэнергетика.

Information about the author: Volzhsky branch of National Research University «Moscow Power Engineering Institute», engineer.

Education: Volzhsky Branch of National Research University «Moscow Power Engineering Institute» (2014).

Research area: heat and electricity.

Введение

В условиях постоянно растущих цен на углеводородное топливо все более востребованными становятся нетрадиционные источники энергии. Среди них достаточно востребованными и доступными являются источники, использующие тепловой потенциал окружающей среды, в частности – тепловые насосы с грунтовым теплообменом. Одним из основных преимуществ этих источников является возможность не только извлечения, но и утилизации тепловой энергии – кондиционирование. Однако их использование сопряжено с ключевой проблемой – низкой плотностью энергии, извлекаемой с единицы поверхности теплообмена. В связи с этим актуальной является задача определения оптимальных условий расположения теплообменных устройств, с тем чтобы получить максимальную энергоэффективность при ограниченных геометрических и энергетических параметрах теплового насоса.

В данной статье рассматривается решение задачи об оптимальной с точки зрения энергоэффективности глубине закладки грунтового теплообменника горизонтального расположения. Очевидно, что точное решение данной задачи требует точных исходных данных относительно теплофизических свойств грунта в месте закладки теплообменника и в некоторой области вокруг него, геометрии и теплофизиче-

ских свойств расположенных поблизости зданий, инженерных коммуникаций, климатических условий в данной местности и т.д. Также очевидно, что точное знание всех необходимых параметров и внешних условий на практике неосуществимо. Кроме того, математическая модель, учитывающая все эти факторы, вряд ли будет иметь общее аналитическое решение. Численные же решения обладают ограниченным потенциалом их анализа. В статье делается попытка получения сравнительно простой аналитической модели, позволяющей оценить разность температур наружного воздуха и грунта на заданной глубине и на основе этого решения определить рациональную глубину закладки горизонтального теплообменника.

Теоретический анализ

Объектом исследования являются грунтовые теплообменники горизонтального расположения. Критерием энергоэффективности такого теплообменника будем считать разность температуры грунта на глубине закладки теплообменника и среднесуточной температуры наружного воздуха. Положительное значение этой разности обеспечит эффективную работу теплового насоса в режиме отопления в холодное время года, а отрицательное – в режиме кондиционирования в теплое время года.

При построении математической модели примем следующие допущения и упрощения:

- грунт будем считать полубесконечным однородным анизотропным телом с постоянным коэффициентом температуропроводности a ;
- температура поверхности почвы $\Theta_s(t)$ как функция времени равна среднесуточной температуре наружного воздуха; на поверхности полубесконечного тела имеют место граничные условия первого рода;
- учитывая, что горизонтальные теплообменники закладываются на сравнительно небольшую глубину, влиянием геотермального тепла пренебрегаем; температуру грунта на значительном расстоянии от поверхности считаем равной среднегодовой температуре наружного воздуха для данной местности Θ_0 ;
- влиянием зданий и инженерных коммуникаций на температуру грунта пренебрегаем;
- высота теплообменника мала по сравнению с глубиной закладки, теплообменник располагается горизонтально на некоторой определенной глубине x ;
- будем считать, что энергетическая эффективность теплообменника определяется разностью температур наружного воздуха и температурой грунта на глубине x на таком горизонтальном удалении от теплообменника, что влиянием теплового потока от теплообменника на температуру грунта можно пренебречь.

При указанных допущениях математическая модель распределения температуры грунта представляет собой линейное дифференциальное уравнение в частных производных [1]:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \Theta}{\partial t}, \quad (1)$$

где $\Theta = \Theta(t, x)$ – температура грунта на глубине x в момент времени t .

Для начальных условий $\Theta(0, x) = \Theta_0$ и граничных условий первого рода $\Theta(t, 0) = \Theta_{s0}$ для $t > 0$ аналитическое решение данного уравнения [1]:

$$\theta(t, x) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \quad (2)$$

где $\theta(t, x)$ – относительная температура грунта:

$$\theta(t, x) = \frac{\Theta(t, x) - \Theta_0}{\Theta_{s0} - \Theta_0}.$$

При таких начальных и граничных условиях решение (2) представляет собой переходную характеристику динамического объекта, то есть реакцию объекта на единичное ступенчатое внешнее воздействие. Тогда импульсная переходная характеристика

$$w(t, x) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{ax}{2\sqrt{\pi}(at)^{3/2}} \exp(-x^2/4at), \quad (3)$$

$$w(t, x) = 0 \text{ при } t < 0,$$

может быть использована для определения изменения температуры грунта при произвольном изменении температуры поверхности при помощи интеграла Дюамеля:

$$\theta(t, x) = \int_0^t \theta_s(\tau) w(t - \tau, x) d\tau, \quad (4)$$

где $\theta_s(t)$ – относительная температура поверхности.

Результаты численных расчетов по (4) для

$$\theta_s(t) = -\sin\left(\frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 3600} t\right) \quad (5)$$

приведены на рис. 1.

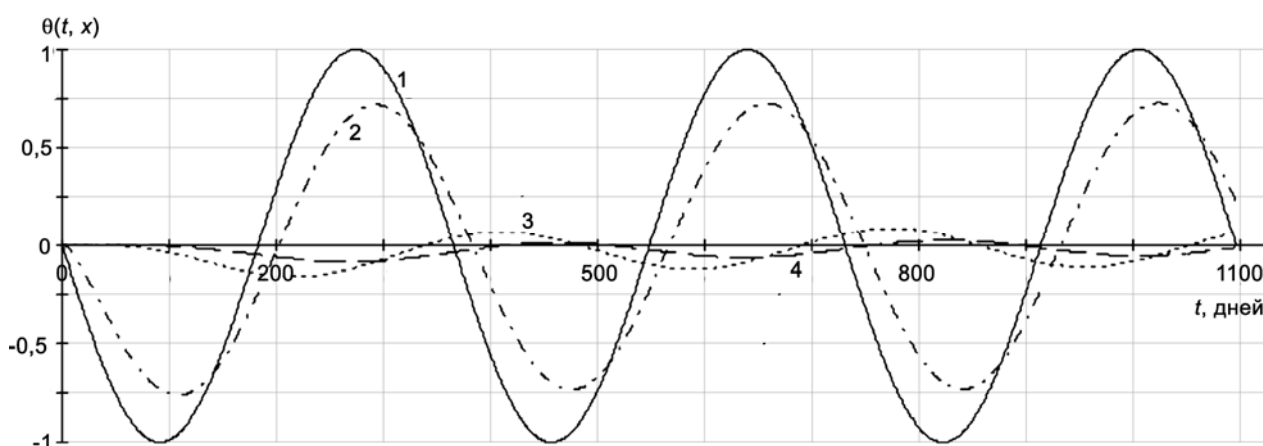


Рис. 1. Изменение температуры грунта на различной глубине ($a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$):
1 – на поверхности; 2 – на глубине 1 м; 3 – на глубине 7,24 м; 4 – на глубине 10 м

Fig. 1. Change in soil temperature at different depths ($a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$):
1 – on the ground surface; 2 – at a depth of 1 m; 3 – at a depth of 7.24 m; 4 – at a depth of 10 m

Выражение (5) соответствует идеализированному годовому циклу изменения среднесуточной относительной температуры. При этом относительный нуль температуры соответствует ее среднегодовому значению, а относительная единица – амплитуде изменения среднесуточной температуры в годовом цикле. Отклонения формы кривой изменения среднесуточной температуры в годовом цикле от идеализированной зависимости (5), а также суточные циклы изменения температуры могут быть представлены в виде гармонических составляющих более высоких порядков, влияние которых на глубинах порядка нескольких метров можно считать незначительным, как это будет показано ниже.

Как видно из рис. 1, на некоторой глубине, зависящей от a , колебания температуры грунта находятся в противофазе с изменениями среднесуточной температуры окружающей среды. Это обстоятельство можно использовать для увеличения энергетической эффективности теплового насоса, одной из составляющих которой является разность температур конечных сред теплообмена, в случае грунтового теплового насоса – температуры окружающей среды и температуры грунта. Здесь следует отметить, что глубина слоев, в которых температура находится в противофазе с температурой поверхностных слоев, составляет, в зависимости от величины a , от 5 до 10 м, что существенно превышает глубину закладки горизонтальных теплообменников в соответствии с существующей практикой – от 1,5 до 2 м. Закладка теплообменника на большую глубину вызовет существенное увеличение стоимости строительно-монтажных работ, что отрицательно скажется на экономической эффективности теплового насоса. Однако за счет более эффек-

тивного теплообмена общая эффективность теплового насоса с увеличенной глубиной закладки горизонтального теплообменника может оказаться положительной в условиях длительной интенсивной эксплуатации. Определение итоговой экономической эффективности выходит за рамки данной статьи, цель которой – определить оптимальную с точки зрения разности температур конечных сред глубину закладки теплообменника.

Зависимость разности температур поверхностного слоя и грунта на различной глубине, определенная по (4) для граничных условий (5), приведена на рис. 2.

Как видно из рис. 2, на определенных глубинах разность между среднесуточной температурой окружающей среды и температурой грунта достигает значений, превышающих текущую относительную температуру.

Для аналитического определения зависимости разности температур от глубины закладки теплообменника определим частотные характеристики грунта – амплитудную и фазовую. В соответствии с методикой [2] дифференциальное уравнение (1) при граничных условиях первого рода может быть представлено передаточной функцией следующего вида:

$$W(p, x, a) = \exp(-x\sqrt{p/a}), \quad (6)$$

где p – комплексная переменная.

Тогда амплитудно-частотная характеристика (АЧХ):

$$A(\omega) = |W(i\omega, x, a)| = \exp(-x\sqrt{\omega/2a}), \quad (7)$$

где ω – циклическая частота; i – мнимая единица.

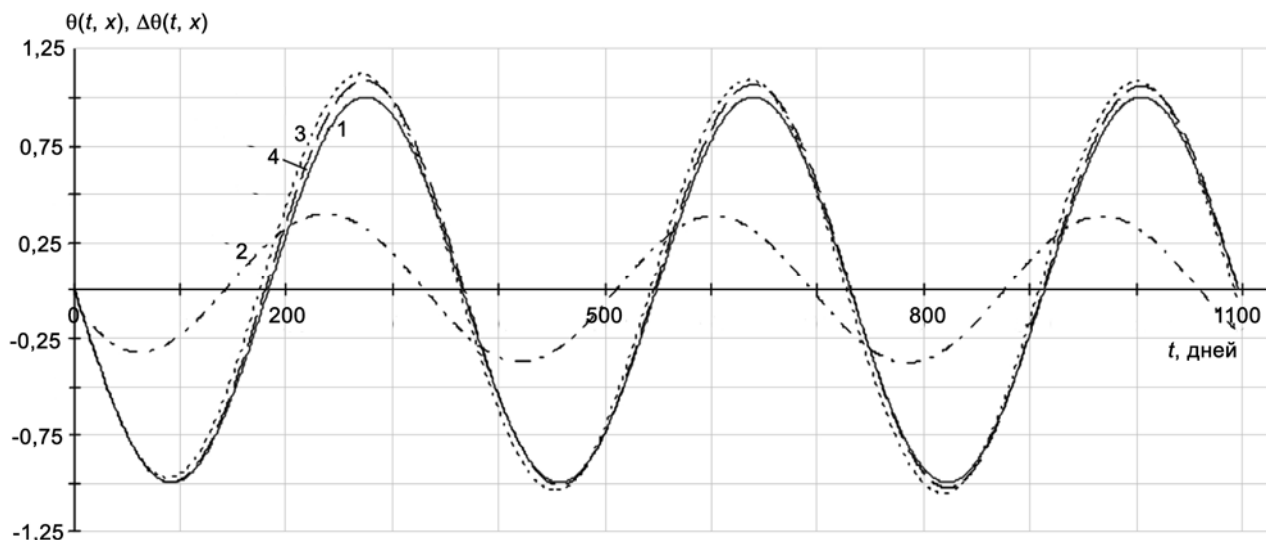


Рис. 2. Изменение разности температур поверхности и грунта на различной глубине ($a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$):

1 – температура поверхности (среднесуточная температура окружающей среды); 2 – разность температур для грунта на глубине 1 м; 3 – разность температур для грунта на глубине 7,24 м; 4 – разность температур для грунта на глубине 10 м
Fig. 2. Changing the temperature difference for the surface and the soil at various depths ($a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$):
 1 – surface temperature (the average daily temperature of the environment); 2 – the temperature difference for the soil to a depth of 1 m; 3 – the temperature difference for the soil to a depth of 7.24 m; 4 – the temperature difference for the soil to a depth of 10 m

Фазочастотная характеристика (ФЧХ):

$$\varphi(\omega) = \arg(W(i\omega, x, a)) = -x\sqrt{\omega/2a}. \quad (8)$$

График АЧХ приведен на рис. 3. Здесь и далее все частотные характеристики определены для $a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

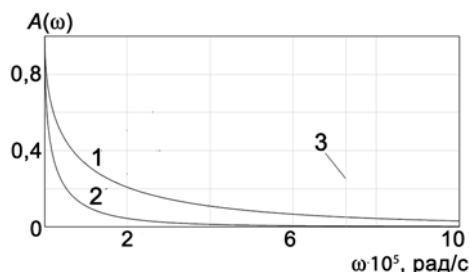


Рис. 3. АЧХ грунта как динамического объекта:
1 – на глубине 0,5 м; 2 – на глубине 1 м;
3 – отметка частоты, соответствующая дневному циклу изменения температуры

Fig. 3. Frequency response of soil as a dynamic object:
1 – at a depth of 0.5 m; 2 – at a depth of 1 m;
3 – the mark of the frequency corresponding to the daily cycle of temperature change

Как видно из рис. 3, уже на глубине 0,5 м гармоническая составляющая суточных колебаний температур составляет величину порядка 5% от амплитуды колебаний температуры на поверхности. Остальные гармонические составляющие, соответствующие случайным изменениям температуры, могут иметь как большие, так и меньшие частоты, но в силу незначительной по сравнению с годовой или суточной амплитудой не будут оказывать существенного влияния на распределение температуры по глубине грунта. На глубинах же более 1 м влияние других составляющих, кроме годовой, тем более незначительно.

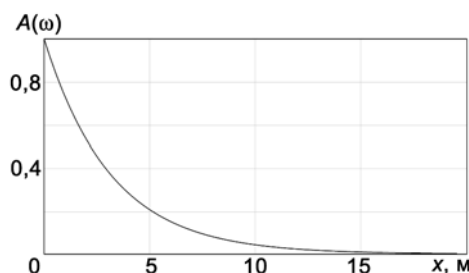


Рис. 4. Изменение значения АЧХ грунта как динамического объекта для частоты годового цикла на различных глубинах
Fig. 4. Change the value of the frequency response of soil as a dynamic object for the frequency of the annual cycle at different depths

Изменение амплитуды колебаний температуры вследствие воздействия годовой составляющей по глубине представлено на рис. 4.

Как видно из рис. 4, на глубине порядка 15 м при $a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ температура грунта практически не изменяется, оставаясь равной среднегодовой. Разность температур окружающей среды и грунта для этих глубин будет примерно равна текущей температуре окружающей среды.

Далее, из выражения (8) можно получить соотношение, позволяющее определить глубину, на которой температура грунта находится в противофазе со среднесуточной сезонной температурой:

$$\varphi(\omega_0) = -x_a\sqrt{\omega_0/2a} = -\pi, \quad (9)$$

где $\omega_0 = 2\pi/(365 \cdot 24 \cdot 365)$ – угловая частота, соответствующая годовому циклу температуры, рад/с; x_a – глубина, на которой температура грунта будет в противофазе.

Из (9) следует

$$x_a = \pi\sqrt{2a/\omega_0}. \quad (10)$$

Для $a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ $x_a = 9,95 \text{ м}$, то есть почти 10 м.

Это означает, что на глубине 10 м разность температур окружающей среды и грунта будет превышать текущее среднесуточное значение температуры окружающей среды. Аналогичный вывод был сделан по рис. 2. Однако возможно получение еще большей разности температур. Если переписать (5) в виде

$$\theta_s(t) = \sin(\omega_0 t), \quad (11)$$

а установившееся изменение температуры на глубине x представить с учетом (7) и (8) в виде

$$\begin{aligned} \theta(t, x) &= A(\omega_0, x) \sin(\omega_0 t + \varphi(\omega_0, x)) = \\ &= \exp(-x\sqrt{\omega_0/2a}) \sin(\omega_0 t - x\sqrt{\omega_0/2a}) \end{aligned}$$

или

$$\theta(t, \eta) = \exp(-\eta) \sin(\omega_0 t - \eta), \quad (12)$$

где

$$\eta = x\sqrt{\omega_0/2a}, \quad (13)$$

то разность (11) и (12):

$$\begin{aligned} \Delta\theta(t, \eta) &= \theta_s(t) - \theta(t, \eta) = \\ &= \sin(\omega_0 t) - \exp(-\eta) \sin(\omega_0 t - \eta) = \\ &= \sin(\omega_0 t) [1 - \exp(-\eta) \cos(\eta)] - \\ &\quad - \exp(-\eta) \cos(\omega_0 t) \sin(\eta) = \\ &= \sqrt{1 + e^{-2\eta} - 2e^{-\eta} \cos(-\eta)} \times \\ &\quad \times \sin\left[\omega_0 t - \arctg\left(\frac{\exp(-\eta) \sin(\eta)}{1 - \exp(-\eta) \cos(\eta)}\right)\right]. \quad (14) \end{aligned}$$

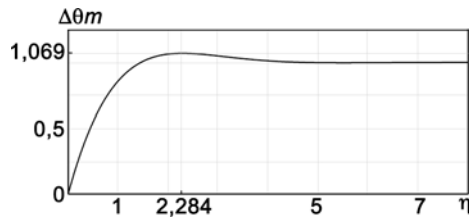


Рис. 5. Зависимость амплитуды разности температур от η
Fig. 5. The amplitude of the temperature difference from η

Зависимость амплитуды $\Delta\theta m$ периодической функции, определяемой по (14), от η приведена на рис. 5.

Наибольшего значения амплитуда последнего выражения достигает при удовлетворении уравнения

$$\frac{d}{d\eta} \sqrt{1 + e^{-2\eta} - 2e^{-\eta} \cos(-\eta)} = \frac{2e^{-\eta} \cos(\eta) - 2e^{-2\eta} + 2e^{-\eta} \sin(\eta)}{2\sqrt{e^{-2\eta} - 2e^{-\eta} \cos(\eta) + 1}} = 0,$$

которое равносильно

$$\cos(\eta) + \sin(\eta) - e^{-\eta} = 0. \quad (15)$$

Решение данного уравнения, отличное от $\eta = 0$: $\eta_0 \approx 2,294$, позволяет из (13) определить оптимальную с точки зрения разности температур глубину закладки теплообменника:

$$x_0 = \eta_0 \sqrt{2a/\omega_0}. \quad (16)$$

Или, с учетом численных значений η_0 и ω_0 :

$$x_0 = 7237 \text{ с}^{1/2} \cdot \sqrt{a}. \quad (17)$$

Для $a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ $x_0 = 7,237 \text{ м}$.

Результаты и их обсуждение

Полученное значение $x_0 = 7,237 \text{ м}$ существенно превосходит традиционную глубину закладки горизонтальных теплообменников. Однако, если считать эффективной закладку теплообменника на глубину, для которой $\Delta\theta m > 1$, то для $\eta = 1,454$ и $a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ получим $x_1 = 4,61 \text{ м}$. Кроме того, значение $a = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ соответствует промерзшему увлажненному песку [3], что является крайним случаем. В большинстве реальных случаев коэффициент температуропроводности может быть в полтора-два раза меньше, соответственно, требуемая глубина закладки теплообменника также уменьшится. Однако в любом случае рекомендуемая с точки зрения температурной эффективности глубина закладки горизонтального теплообменника составляет не менее трех метров.

Выводы

На основе анализа установившегося изменения температуры грунта под воздействием годовых колебаний среднесуточной температуры определены условия, при которых будет обеспечиваться максимальная разность температур конечных сред – среднесуточной температуры окружающего воздуха и грунта. Обеспечение максимальной разности температур можно рассматривать как составляющую мероприятий по повышению эффективности горизонтальных грунтовых теплообменников тепловых насосов. Показано, что оптимальная глубина закладки теплообменника определяется коэффициентом температуропроводности грунта и в зависимости от его значения может составлять от 3 до 8 м.

Список литературы

1. Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи: Пер. с англ. М.: Мир, 1983.
2. Пикина Г.А. Математические модели тепло-энергетических систематических объектов / под. ред. Э.К. Аракеляна. М.: Изд-во МЭИ, 1997.
3. Теплоэнергетика и теплотехника: Справочная серия в 4 кн. / под ред. А.В. Клименко, В.М. Зорина. М.: Издательский дом МЭИ, 2007.

References

1. Krejt F., Blæk U. Osnovy teploperedaci: Per. s angl. M.: Mir, 1983.
2. Pikina G.A. Matematičeskie modeli teploènergetičeskih sistematičeskih ob"ektov / pod. red. È.K. Arakelâna. M.: Izd-vo MÈI, 1997.
3. Teploènergetika i teplotexnika: Spravočnaâ seriâ v 4 kn. / pod red. A.V. Klimenko, V.M. Zorina. M.: Izdatel'skij dom MÈI, 2007.

Транслитерация по ISO 9:1995